

Ajustement de métrique (equating)

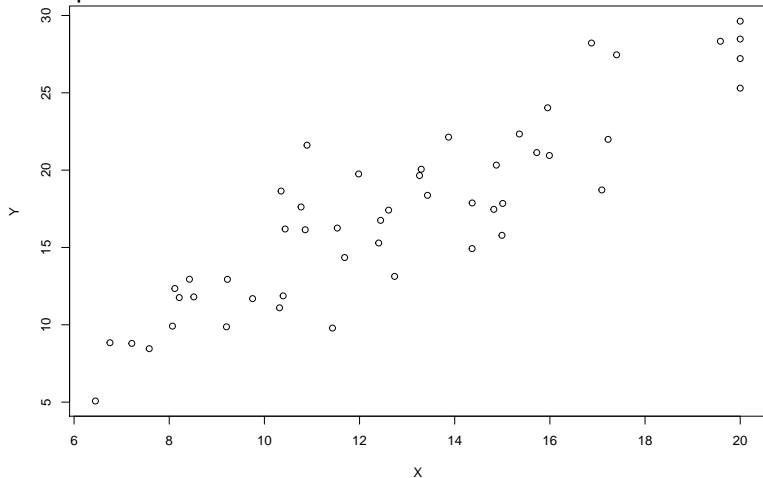
Pierre Valois, Belkacem Abdous, Stéphane Germain

26 septembre 2018

Une seule population

Lien entre deux outils d'évaluation

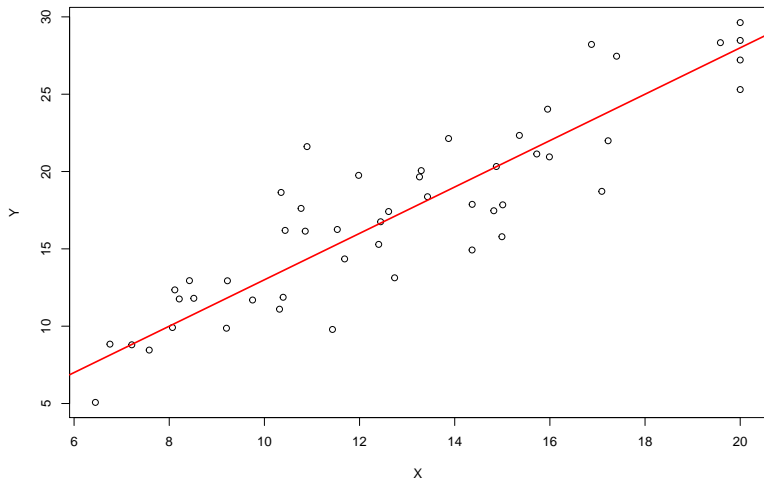
- ▶ Une seule population P
- ▶ Deux outils d'évaluation X et Y
- ▶ Exemple de scores observés :



La fonction de lien

- ▶ Exemple : fonction linéaire

$$y = ax + b$$

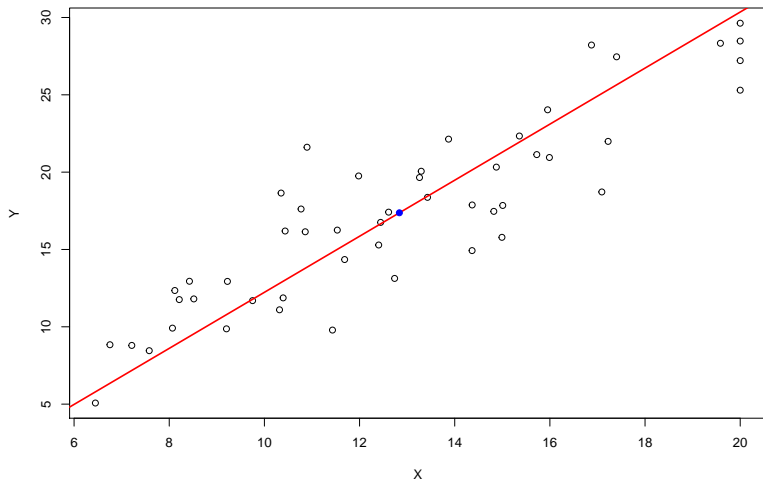


Modèle Moyen

- ▶ Droite par la moyenne avec pente défini par les étendues :

$$b = \bar{Y} - a\bar{X}$$

$$a = (\max(Y) - \min(Y)) / (\max(X) - \min(X))$$

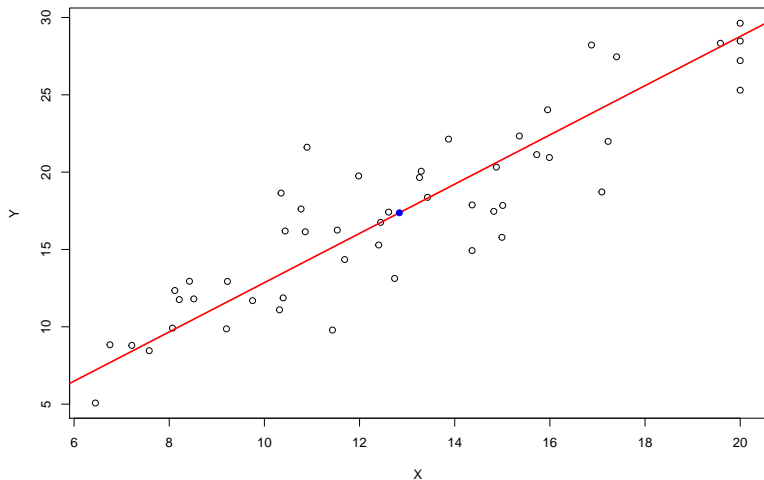


Modèle Linéaire

- ▶ Droite par la moyenne avec pente défini par les écart-types :

$$b = \bar{Y} - a\bar{X}$$

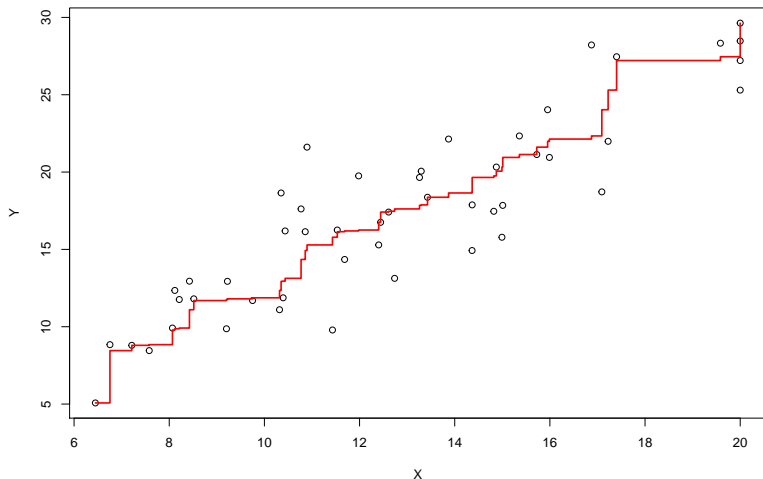
$$a = \sigma_Y / \sigma_X$$



Modèle Equipercentile

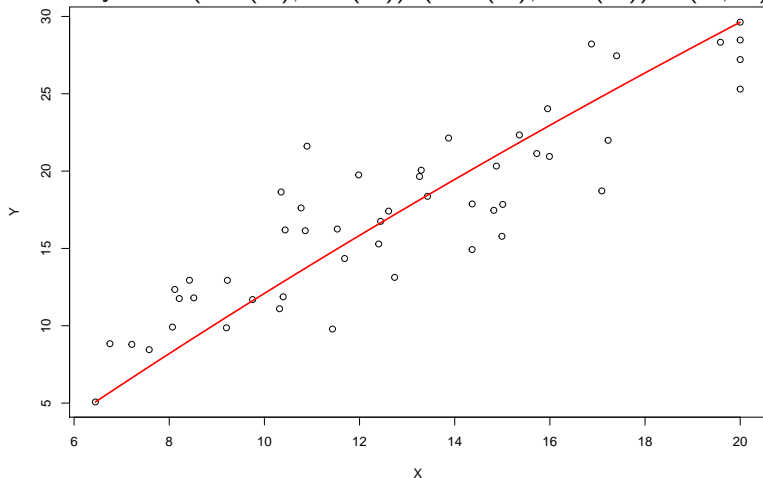
- ▶ En marche d'escalier en appliquant la réciproque de la distribution empirique de Y sur celle de X :

$$y = G_n^{-1}(F_n(x))$$



Modèle en arc de cercle

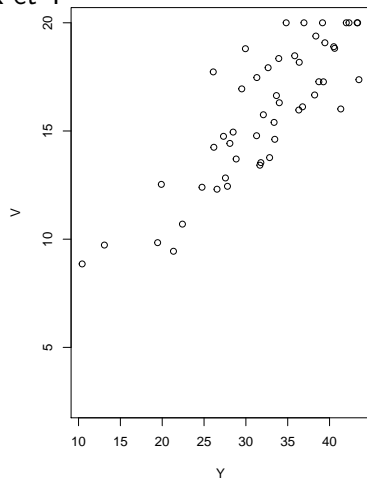
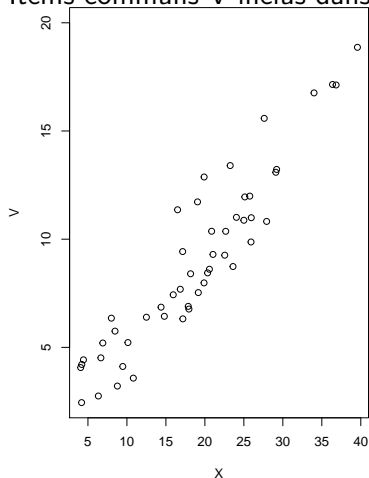
- ▶ Arc de cercle passant par trois points, par exemple les extrémités et la moyenne : $(\min(X), \min(Y))$, $(\max(X), \max(Y))$ et (\bar{X}, \bar{Y})



Deux populations

Lien entre deux populations

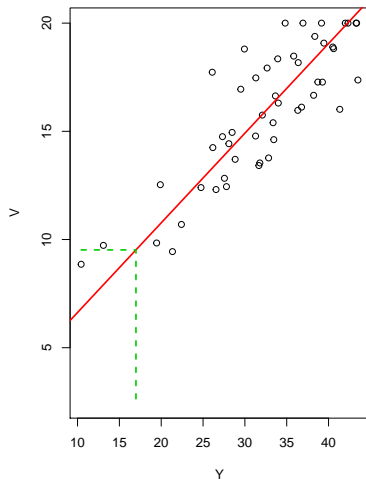
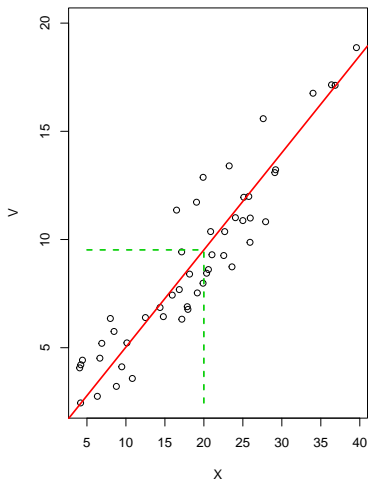
- ▶ Deux population P et Q de niveau moyen différent
- ▶ Deux outils d'évaluation X pour P et Y pour Q
- ▶ Items communs V inclus dans X et Y



Méthode chaînée

- ▶ Estimer séparément l'ajustement f de X à V sur P , puis l'ajustement g de V à Y sur Q , et les composer :

$$y = g(f(x))$$



Population synthétique

- ▶ Population T résultant d'un mélange des population P et Q avec les proportions w_P et w_Q
- ▶ Puisque X et Y ne sont pas échantillonnés sur T au complet, leur paramètres (moyennes, écart-types, ...) ne peuvent pas être obtenus directement
- ▶ Exemple : la contribution de Q à la moyenne de X doit être estimé en passant par V

$$\bar{X} = \bar{X}_P - w_Q \gamma_P (\bar{V}_P - \bar{V}_Q)$$

où γ_P et γ_Q représentent la relation entre X et Y respectivement et V

Méthode de Tucker

- ▶ Estimer γ_P et γ_Q par les pentes de régression de V vers X et Y respectivement :

$$\gamma_P = \frac{\sigma_{X_P, V_P}}{\sigma_{V_P}^2}$$

- ▶ Suppose que les relations ($X \sim V$ et $Y \sim V$) sont les mêmes sur les deux populations

Méthode des poids nominaux

- ▶ Version simplifié de Tucker
- ▶ Suppose que les relations ($X \sim V$ et $Y \sim V$) sont parfaites

$$\gamma_P = \frac{K_X}{K_V}$$

où K_X et K_V sont les nombres d'items de X et V respectivement

Méthode de Levine

- ▶ Version simplifié de Tucker
- ▶ Suppose que les corrélations ($X \sim V$ et $Y \sim V$) sont 1

$$\gamma_P = \frac{\sigma_{X_P}^2}{\sigma_{X_P, V_P}}$$

Méthode par fréquence

- ▶ Les distributions (X et Y) de la population synthétique peut être obtenu via les distributions conditionnelles empiriques sur V
- ▶ Exemple :

$$\Pr(x) = w_P \Pr_P(x) + w_Q \sum \Pr_P(x|v) \Pr_Q(v)$$

- ▶ Utilisée directement pour le modèle équipercentile

Méthode de Braun

- ▶ Utilisé les distributions de la population synthétique pour obtenir les paramètres (moyennes, écart-types, . . .) des autres modèles